

**M.L.V. Prasad<sup>1</sup>, P.R. Kumar<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Assistant Professor, Dept. of Civil Engg, NIT Silchar, Assam, India

<sup>2</sup>Associate Professor, Dept of Civil Engg, NIT Warangal, Telangana, India

## **Określenie zależności moment zginający – krzywizna samozagęszczającego się fibrobetonu ze zbrojeniem podłużnym i poprzecznym**

### **Prediction of the moment – curvature relationship of confined fibre reinforced self-compacting concrete**

Słowa kluczowe: beton samozagęszczający się, włókna szklane, równanie konstytutywne, zależność  $m-\phi$

Key words: Self-Compacting Concrete, Glass fibres, Stress-Strain behaviour,  $m-\phi$  relationship

#### **1. Wprowadzenie**

Beton samozagęszczający się [SZB] jest mieszanką betonową, która zagęszcza się pod wpływem siły ciężkości, i jest na tyle spójna, że nie występuje jej segregacja (1). Beton taki ułatwia należyte wypełnienie szalunków, co jest szczególnie ważne w przypadku skomplikowanych kształtów i gęstego zbrojenia elementów. Zmniejszona pracochłonność betonowania wynika z braku konieczności zagęszczania wibracyjnego, co dodatkowo eliminuje ryzyko segregacji mieszanki (2). Korzystnymi właściwościami mieszanki SZB są niska granica plastyczności i umiarkowana lepkość (3), zapewniające dużą odkształcalność i zdolność do szczelnego wypełniania szalunków bez segregacji składników (4, 5).

Już niewielki dodatek superplastyfikatora w formie eteru polikarboksyłanowego umożliwia uzyskanie dużej gęstości i odpowiedniej lepkości mieszanki przy małym stosunku  $w/c$ , co jest szczególnie ważne w przypadku SZB (6, 7). Szersze zastosowanie tego betonu do produkcji elementów konstrukcyjnych o skomplikowanych kształtach i zagęszczonym zbrojeniu, szczególnie w obszarach sejsmicznych, wymaga lepszego poznania jego właściwości.

#### **1. Introduction**

Self-Compacting Concrete (SCC) is considered as a concrete which can be placed and compacted under its self-weight with little or no vibration effort, and which is at the same time, cohesive enough to be handled without segregation or bleeding (1). It is used to facilitate and ensure proper filling, important for good structural performance at restricted areas and heavily reinforced structural members. Self-Consolidating Concrete reduces the intensive labor demand for vibration of highly congested sections. As this concrete can spread easily without any mechanical consolidation, the risk of separation of material constituents is also not present (2). The performance (3) of such a SCC can be ensured by preparing carefully to exhibit low yield value and a moderate viscosity to maintain high deformability and filling capacity of the formwork, with minimum segregation and flow blockage (4, 5).

Polycarboxylic ether based superplasticizers are able to provide high consistence and proper viscosity even with small amounts of superplasticizer and low water/powder ratio. It is therefore especially suitable for self-compacting concrete and is the most commonly

Prawidłowo i gęsto rozmieszczone zbrojenie poprzeczne żelbetowych słupów może zapewnić ich quasi-plastyczne zachowanie w przypadku trzęsienia ziemi. W obszarach o dużej aktywności sejsmicznej SZB ułatwia realizację takiej gęsto zbrojonej konstrukcji. Domieszka włókien stanowi dodatkowe miniaturowe zbrojenie modyfikujące właściwości betonu. Włókna są często charakteryzowane parametrem zwanym „smukłością”, określanym jako stosunek długości do średnicy według propozycji Sahmarana i in. (8). Stosuje się powszechnie różne rodzaje włókien: stalowe, szklane, nylonowe, propylenowe i węglowe. Każdy rodzaj włókien ma określone właściwości, ale także ograniczenia. Są liczne prace pozwalające na przewidywanie właściwości zwykłego betonu pracującego w stanie jednoosiowego obciążenia, jednak jest mało prac pozwalających na przewidywanie właściwości SZB zbrojonego włóknami (SZBW). Głównym celem tej pracy jest opracowanie modelu zależności obciążenie – odkształcenie SZBW. Czynniki brany pod uwagę są: wytrzymałość, rozstęp i średnica poprzecznego zbrojenia, zawartość włókien oraz wytrzymałość betonu i wymiar poprzeczny próbek (9), określające właściwości SZB skrępowanego strzemionami. Zdefiniowane poniżej bezwymiarowe parametry, takie jak „wskaźnik skrępowania”  $C_i$  i „wskaźnik zagęszczenia włókien”  $F_i$  zawierają wszystkie parametry wpływające na właściwości zbrojonego włóknami SZB.

Wskaźnik skrępowania zdefiniowany jest jako:

$$C_i = (P_b - \bar{P}_b)(f_v/f_c) \sqrt{\frac{b}{s}} \quad [1]$$

gdzie:  $P_b$  jest stosunkiem objętości zbrojenia poprzecznego do objętości betonu,  $\bar{P}_b$  jest stosunkiem objętości zbrojenia poprzecznego do objętości betonu odpowiadającej granicznemu rozstawowi strzemion [1, 2 najmniejszego wymiaru poprzecznego],  $b$  jest wysokością słupa, a  $s$  jest rozstawem strzemion. Naprężenie w stalowym zbrojeniu wyraża się zależnością  $f_v = \epsilon_v E_s$  i może przyjmować wartość maksymalną równą jej wytrzymałości, gdzie:  $\epsilon_v$  jest odkształceniem a  $E_s$  modułem sprężystości stali. W pracy stosowano strzemiona o średnicy 8 mm.

Wskaźnik zagęszczenia włókien  $F_i$  wskazuje na stopień wypełnienia betonu włóknami. Włókna stanowią pasywne wzmocnienie przekroju betonowego. Ich dodatek zwiększa odporność na zarysowanie, wytrzymałość na zginanie, zdolność do kumulowania energii pęknięcia i plastyczność betonu, co jest dobrze udokumentowane (10). Wskaźnik zagęszczenia włókien  $F_i$  jest iloczynem frakcji masowej  $w_f$  włókien i smukłości włókna:

$$F_i = (w_f)(l/d) \quad [2]$$

gdzie:  $w_f$  jest stosunkiem masowym włókien do betonu, a  $l/d$  jest stosunkiem długości włókna do jego średnicy.

W pracy zastosowano SZB z włóknami szklanymi jako zbrojenie pasywne betonu (SZBWS).

used (6, 7). In order for such a performance concrete to have a wider acceptance for casting complex and congested structural elements, particularly in seismic areas, with heavy reinforcement more knowledge of a good performance SCC is required.

Good detailed and closely spaced transverse reinforcement in the RC columns can ensure ductile behavior in the event of earthquakes. In case of highly seismic regions, SCC facilitates construction in congested sections. Fibre is a small piece of reinforcing material possessing certain characteristic properties, which can modify the behavior of concrete. The fibre is often described by some convenient parameter called “aspect ratio ( $l/d$ )” (8). Some of the fibres that are commonly used are steel fibres, nylons, glass, polypropylene and carbon. Each type of fibres have their characteristic properties and limitations. There is a good amount of works available for predicting the axial behavior of ordinary concrete, but only a limited amount of works are available for predicting the axial behaviour of Fibre SCC. The main objective of the study here is to develop a stress-strain model for Fibre Reinforced Self-Compacting Concrete (FRSCC). The main parameters involved in the investigation are the strength, spacing and diameter of lateral ties, dosage of fibres, strength of concrete and core dimensions of the specimen (9). These parameters control the behaviour of tie confined FRSCC. The non-dimensional parameters called Confinement index ( $C_i$ ) and Fibre index ( $F_i$ ) are identified and these involve all the parameters that influence the behavior of FRSCC.

The Confinement Index is defined as

$$C_i = (P_b - \bar{P}_b)(f_v/f_c) \sqrt{\frac{b}{s}} \quad [1]$$

where,  $P_b$  is the ratio of the volume of ties to the volume of concrete,  $\bar{P}_b$  is the ratio of the volume of ties to the volume of concrete corresponding to a limiting pitch (1.2 times the least lateral dimension).  $b$  is the breadth of the prism and  $s$  is the spacing of ties. The stress in the steel bars is given by  $f_v = \epsilon_v E_s$  and is always limited to maximum yield strength.  $\epsilon_v$  is the strain in steel and  $E_s$  is the modulus of elasticity of the steel. In the present work 8 mm steel was used for tie confinement.

Fibre index ( $F_i$ ), indicates the degree of confinement provided by fibre. Fibres provide a good passive confinement in core concrete. The fact that the inclusion of fibers is more beneficial in improving the crack resistance, flexural strength and energy absorption capacity of concrete and ductility is well-established (10). The Fibre index ( $F_i$ ) is the product of mass fraction ( $w_f$ ) of fiber and the aspect ratio ( $l/d$ ) of the fiber.

$$F_i = (w_f)(l/d) \quad [2]$$

where,  $w_f$  is the ratio of the mass of fiber to mass of concrete, ( $l/d$ ) is the ratio of length of the fibre to the diameter of the fibre.

In the present work glass fibres were used for the passive confinement.

## 2. Znaczenie badań

Wykonawstwo konstrukcji z mocno zbrojonych elementów betonowych, do których należą słupy i belki oraz ramy nośne na obszarach sejsmicznych, jest utrudnione w trakcie betonowania. Mieszanka SZB z włóknami wypełnia szczelnie szalunki, nie wymaga wibracji i, pomimo że ma bardzo małą lepkość pozostaje trwała i nie ulega sedymentacji. Nowoczesne budownictwo wymaga stosowania betonu o specjalnych właściwościach w zakresie wytrzymałości, sztywności, twardości i plastyczności. Dodatek włókien wraz ze zbrojeniem poprzecznym zmniejsza odkształcenia i sprzyja zachowaniu integralności konstrukcji betonowej. W pracy położono główny nacisk na właściwości konstrukcyjne betonu i budowę modelu SZB z włóknami. Podstawowe znaczenie w prognozowaniu właściwości takiego betonu ma znajomość zależności naprężenie – odkształcenie betonu. Ma to duże znaczenie dla inżynierów projektujących różne konstrukcje z takiego materiału.

## 3. Samozagęszczający się fibrobeton

Właściwości fibrobetonu zależą od właściwości stosowanego betonu i włókien. W przypadku włókien znaczenie mają ich ilość, geometria, ukierunkowanie i rozmieszczenie w betonie (10). Włókna, w tym włókna szklane, zapobiegają propagacji rys i ich koalescencji oraz zmieniają właściwości kompozytu poprzez mostkowanie mikropęknięć. Mówiąc inaczej zwiększają plastyczne zachowanie kompozytów cementowych, bowiem mostkowanie mikropęknięć opóźnia powstanie i propagację zlokalizowanego pęknięcia (11). Dostępne w literaturze modele nie nadają się do prognozowania zależności naprężenia – odkształcenia SZBWS (12-14). W niniejszej pracy zbadano charakterystykę spadku nośności przy ściskaniu SZBWS, ważnej z konstrukcyjnego punktu widzenia.

## 4. Program doświadczeń

Program doświadczeń tak dobrano, aby zbadać wpływ wskaźników włókna  $F_f$  i skrępowania  $C_f$  na właściwości SZB. Zastosowano dwie klasy betonu C20 i C40 oraz pięć poziomów zbrojenia strzemionami i pięć stopni wypełnienia włóknami. Sporządzono 300 próbek o wymiarach 150 x 150 x 300 mm, których właściwości badano po 28 dniach. Dodatkowo przygotowano także kostki 150 x 150 mm, które służyły do badania wytrzymałości na ściskanie.

### 4.1. Materiały

Zastosowano zwykły cement portlandzki o wytrzymałości nie mniejszej niż 53 MPa po 28 dniach (15), drobne kruszywo w postaci standardowego piasku rzeczno-strefy II (16) oraz granitowe kruszywo grube. Oba kruszywa przesiano przez odpowiednie sита, uzyskując uziarnienie zgodne z normami indyjskimi (16). Część cementu zastąpiono lokalnym popiołem lotnym. Zastosowano włókna ze szkła odpornego na środowisko zasadowe „Cem-Fil Anti Crack” o gęstości 2,6 i długości 12 mm, powierzchni właściwej 105 m<sup>2</sup>/kg i smukłości 875. Dodano superplastyfikator polikarboksyla-

## 2. Research significance

The construction of heavily reinforced concrete members, such as columns and beams in moment resisting frames in seismic areas, makes the placement of concrete quite difficult. The FRSCC is highly flowable, stable concrete which flows readily into place, filling formwork without any compaction and without undergoing any significant segregation. The construction of modern structures calls for the attention of the use of materials with improved properties in respect of strength, stiffness, toughness, ductility and durability. The addition of fibres along with the lateral ties improves the deformation characteristics and especially the integrity of concrete. The present paper contributes mainly in the structural behavior and development of a model for Fibre Reinforced Self Compacting Concrete (FRSCC). The most fundamental requirement in predicting the behaviour of FRSCC is the knowledge of stress-strain behaviour of the constituent materials. This should be of interest to engineers considering the use of FRSCC for various structural applications.

## 3. Fiber reinforced self-compacting concrete

The characteristics and performance of Fibre Reinforced Concrete (FRC) change depending on the properties of concrete and the fibers. The properties of fibers that are usually of interest are fibers concentration, fiber geometry, fiber orientation, and fibers distribution (10). Glass and Glass fibers have various applications in concrete like crack control, prevent coalescence of cracks, and change the behaviour of the material by bridging of fibers across the cracks. In other words, ductility is provided with fiber reinforced cementitious composites because fibers bridge crack surfaces and delay the onset of the extension of localized crack (11). The material models available in the literature cannot be used to predict the stress-strain behavior of GFRSCC. In the present study, the compressive softening behavior of GFRSCC was investigated, with structural point of view.

## 4. Experimental program

The present experimental program was defined to evaluate the influence of the glass fibers ( $F_f$ ) content and variation of tie confinement ( $C_f$ ) on the behavior of SCC. Two grades of concrete M20 and M40, five levels of confinement, five dosages of fibers content were taken as parameters. 300 specimens of size 150 x 150 x 300 mm were cast and tested at the end of 28 days. 150x150 mm cubes were cast as companion specimens and tested for the compressive strength.

### 4.1. Materials used

Ordinary Portland cement with a compressive strength not less than 53 MPa [named 53 grade cement], at the end of 28 days was used in the study [IS: 12269, 2009]. The Fine Aggregate (F.A) used was standard river sand confirming to Zone-II [IS-383, 1970].

nowy. Zbrojenie wzdłużne próbek wykonano z wkładek stalowych o średnicy 4 mm, a na strzemią użyto drutu o średnicy 8 mm, z miękkiej stali. Skład mieszanki stosowanej w doświadczeniach dobrano zgodnie z modelem zwartego upakowania (17, 18). Do doświadczeń przygotowano dwa betony: C20 i C40.

#### 4.2. Metody

Wytrzymałość badano po 28 dniach dojrzewania próbek, pokrywając ściskane powierzchnie gipsem budowlanym w celu uzyskania gładkiej powierzchni, centralnie obciążanej. Do badania próbek zastosowano prasę Tinius – Olsena o sile nacisku 1810 kN z kontrolowaną szybkością przesuwu głowicy pracy 0,1 mm/min. W początkowym stadium obciążenie rosło szybko do wartości 75% – 80% maksymalnej wytrzymałości, po czym rosło wolniej. Po przekroczeniu maksimum szybkemu wzrostowi odkształceń towarzyszył spadek nośności próbki. Pomiar kontynuowano aż do spadku nośności o 50%.

### 5. Zależność naprężenie–odkształcenie SZBWS

Powszechnie praktykowane jest stosowanie poprzecznego zbrojenia betonu, natomiast dodatek włókien szklanych zapewnia pasywne zbrojenie i hamowanie propagacji rys. W pracy badano wpływ strzemiń [wskaźnika skrępowania] oraz dodatku włókien [wskaźnika zagęszczenia włókien] na zależność naprężenie – odkształcenie. Prognozowaniu tej zależności dla betonu zagęszczonego wibrowaniem z poprzecznym zbrojeniem, poświęcono wiele prac w ostatnim trzydziestoleciu proponując szereg modeli opartych na doświadczalnych wynikach. Brak jednak modelu prognozującego właściwości samozagęszczającego się betonu zbrojonego włóknami szklanymi, SZBWS. Celem tej pracy jest opracowanie takiego modelu opartego na wynikach doświadczalnych. Zbrojony element betonowy można poddać teoretycznej analizie, jeżeli jest znana zależność naprężenie – odkształcenie (17).

Zależność naprężenie – odkształcenie dla stali nie stanowi problemu, bowiem jest to materiał o bardziej ustabilizowanych właściwościach niż beton. W praktyce stosuje się normową zależność naprężenie – odkształcenie tak w analizach jak i przy projektowaniu, jednak ogólnie są one zalecane tylko dla wibrowanego betonu. W celu opracowania zależności naprężenie – odkształcenie dla SZBWS o klasach betonu C20, C40, zastosowano w niniejszej pracy zmienne parametry wskaźnika skrępowania (0, 2, 3, 5, 7 strzemiń) i różny rozstaw strzemiń (0, 150 mm, 100 mm, 75 mm i 50 mm). Zmianie ulegał też wskaźnik zagęszczenia włókien. Uzyskane krzywe naprężenie – odkształcenie pokazano na rysunkach 1-5. Średnica strzemiń wynosiła 8 mm.

Zastosowanie włókien zmniejsza odkształcenia przekroju betonu, stanowiąc jego dodatkowe pasywne zbrojenie. Włókna szklane poprawiają odkształcalność betonu i zwartość przekroju. Parametrem odpowiadającym za wpływ dodatku włókien na właściwości SZB jest wskaźnik zagęszczenia włókien. Krzywe naprężenie-odkształcenie pokazane na rysunkach 1-5, pozwalają prześledzić tę

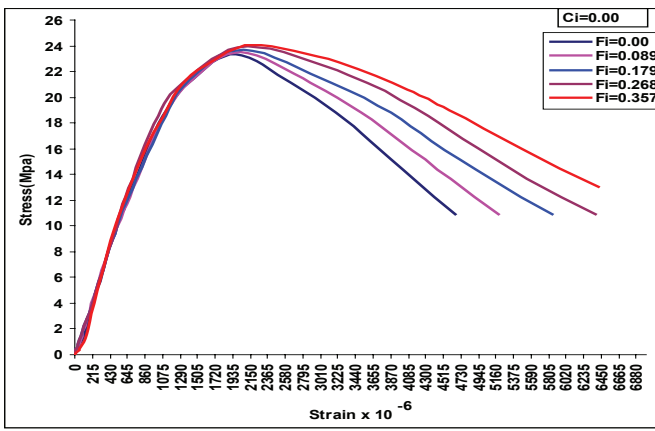
Crushed granite was used as Coarse Aggregate (C.A). The aggregate was properly graded through standard sieves [IS: 383, 1970] before using in the concrete works. The fly ash available locally was used as a partial replacement for cement, Cem-Fil Anti Crack, alkali resistant glass fiber, has been specially developed for the reinforcement of cementitious mortars and concrete mixes. Some characteristic features of Cem-Fil Anti-Crack HD are specific gravity is 2.6; length of the fiber is close to 12 mm, aspect ratio 857:1, and specific surface area 105 m<sup>2</sup>/kg. Polycarboxylic based Water Reducing Admixture and Viscosity Modifying Agent (VMA) were added in optimum dosages for improving the properties of SCC. The 4 mm nominal diameter G.I wire was used as longitudinal reinforcement in the prisms. The steel used as lateral reinforcement was 8 mm nominal diameter mild steel. The mix proportions adopted in the present study are designed as per Nansu method of mix design and Compressible Packing Model (15, 16). Two concrete strengths viz., M20 (characteristic strength 20 MPa) and M40 (characteristic strength 40 MPa) were considered for the study.

#### 4.2. Curing & Testing

The prism and cube specimens cast were cured for 28 days. The cured specimens were capped with plaster of Paris before testing to provide a smooth loading surface, to avoid any eccentricities during the application of load. A Tinius–Olsen testing machine of 1810 KN capacity was used for testing the prisms under axial compression. The prisms were tested under strain rate control, 0.1 mm/min. All the specimens were tested under a strain control of 0.1mm/minute. The load was increased rapidly in the initial stage up to about 75 to 80 percent of the peak load and increased at a slower rate until the peak load was reached. Tests were continued until the peak load dropped to about 0.5 times the value. Beyond the peak load, the strains increased at a rapid rate and were accomplished with a decrease in the load carrying capacity of the specimen.

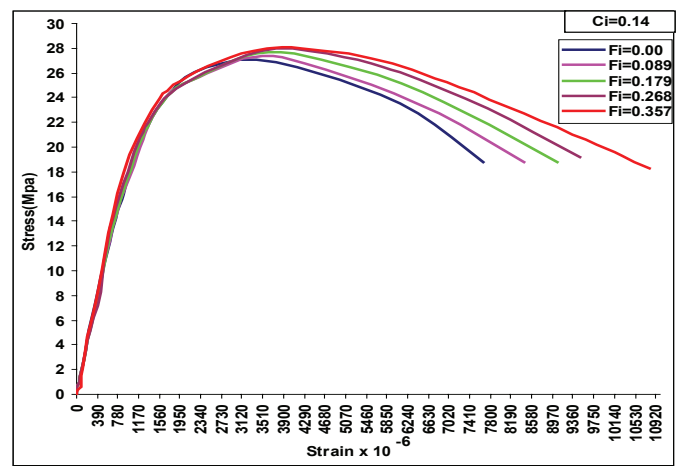
### 5. Stress–strain behavior of FRSCC

The common practice of confining concrete is using lateral tie confinement, while passive confinement and crack arresting characteristics can be improved by using glass fibers. In the present study, both the confinement effect of ties (Confinement Index) and fiber additions (Fiber Index) is examined. For the prediction of stress-strain relation of vibrated concrete confined with lateral ties, many empirical confinement models based on experimental investigations have been reported in the literature during last three decades. But there is no model for predicting the behavior of fiber reinforced self-compacting concrete. An empirical confinement model is developed in the present paper based on this experimental study. A structural reinforced concrete member can be theoretically analyzed if the stress-strain behaviour of its constituent materials is known (17). Stress-strain relation of steel is not a big problem as there is very less material variation compared to that of concrete. Generally, in practice we use code specified stress-strain relation in the analysis and design, but generally they are recommended for normal vibrated concrete only. In the present work to develop



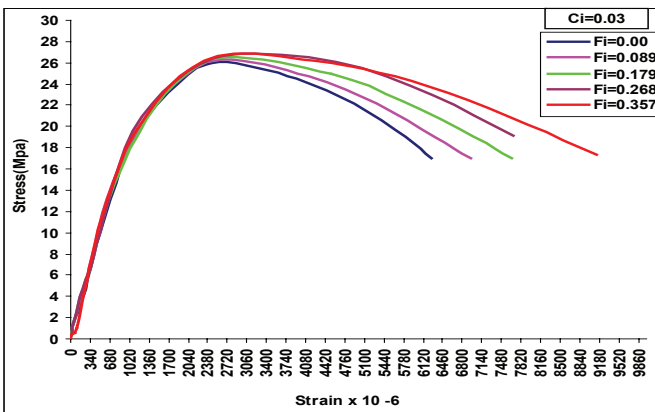
Rys. 1. Zależność naprężenie-odkształcenie w przypadku  $C_i = 0,0$  [C20]

Fig. 1. Stress-strain relation for  $C_i = 0.0$  (M20)



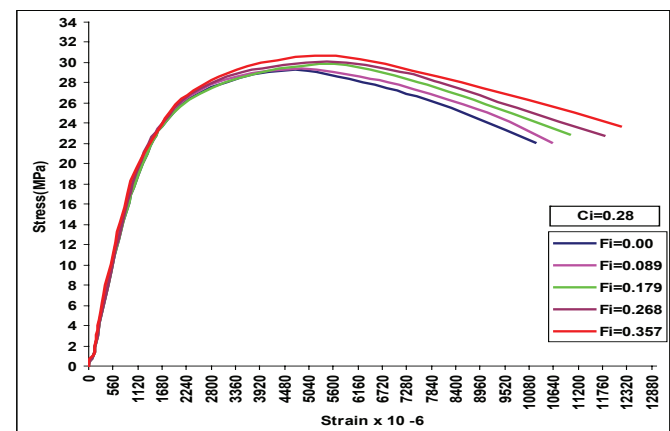
Rys. 3. Zależność naprężenie-odkształcenie w przypadku  $C_i = 0,14$  [C20]

Fig. 3. Stress-strain relation for  $C_i = 0.14$  (M20)



Rys. 2. Zależność naprężenie-odkształcenie w przypadku  $C_i = 0,03$  [C20]

Fig. 2. Stress-strain relation for  $C_i = 0.03$  (M20)



Rys. 4. Zależność naprężenie-odkształcenie w przypadku  $C_i = 0,28$  [C20]

Fig. 4. Stress-strain relation for  $C_i = 0.28$  (M20)

zależność dla różnych wartości wskaźnika zagęszczenia włókien w betonie C20. Analogicznie krzywe dla betonu C40 przedstawiono na rysunkach 6-10.

Normalizując pokazane na rysunkach 1-10 zależności naprężenie-odkształcenie dla dwóch klas betonów, w przypadkach różnych wskaźników skrępowania  $C_i$  i wskaźników zagęszczenia włókien  $F_i$  otrzymano krzywą zależności naprężenie-odkształcenie, stanowiącą uogólniony związek konstytutywny dla SZBWS [rysunek 11]. Porównanie z modyfikacją zależności podanej w Eurokodzie pokazano na rysunku 12. W celu otrzymania uogólnionej funkcji naprężenia wykorzystano do opisu wyników doświadczeń wielomian podany przez Saenza (17) dla betonu.

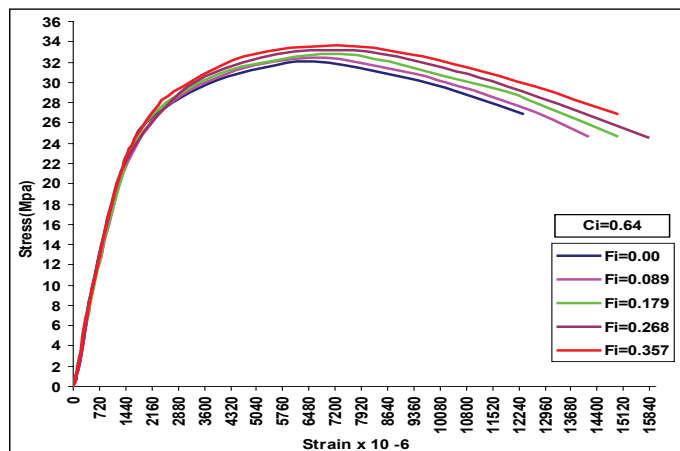
Równanie 3 jest modelem podanym przez Saenza (17), opisującym zależność naprężenie-odkształcenie przy ściskaniu dla zwykłego betonu.

$$f = \frac{A\varepsilon + D}{1 + B\varepsilon + C\varepsilon^2} \quad [3]$$

gdzie:  $\varepsilon$  = odkształcenie betonu,  $f$  = naprężenie betonu, A, B, C, D są stałymi.

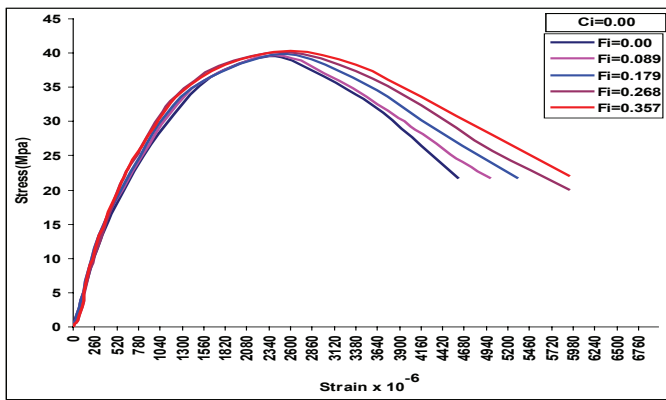
W celu uzyskania bezwymiarowej zależności przyjmuje się, że zmiennymi są znormalizowane odkształcenie i znormalizowane

the stress-strain relation for GFRSSC grade of concrete (M20 and M40), variation in the confinement indices [0, 2, 3, 5, 7 ties], spacing of ties [0, 150 mm, 100 mm, 75 mm, 50 mm] were taken as the parameters for the study. In addition to this the fiber index is the parameter which shows the influence of fibers. The stress-strain curves for the above parameters are shown in Figs. 1-5. The diameter of the lateral ties was 8 mm.



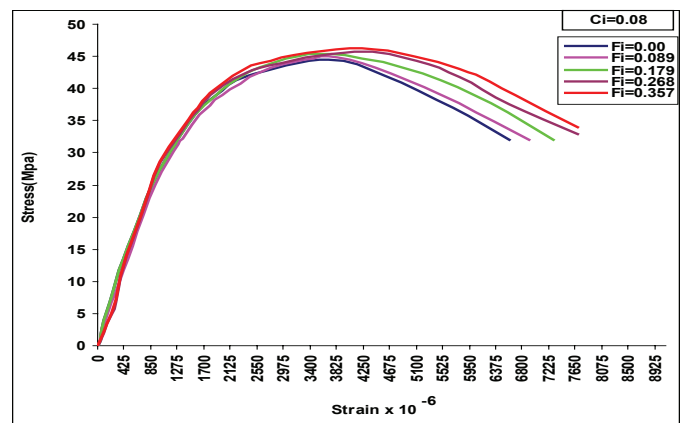
Rys. 5. Zależność naprężenie-odkształcenie w przypadku  $C_i = 0,64$  [C20]

Fig. 5. Stress-strain relation for  $C_i = 0.64$  (M20)



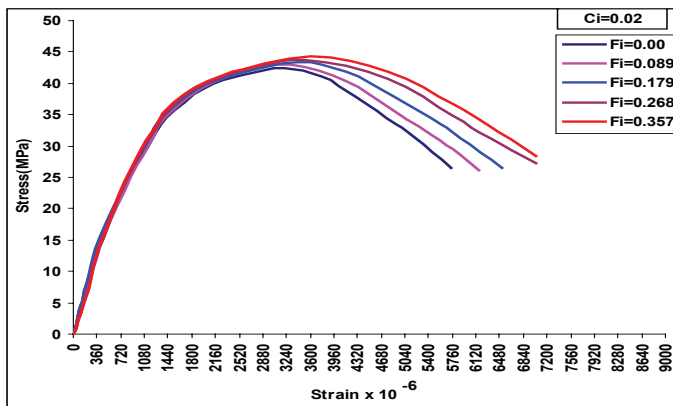
Rys. 6. Zależność naprężenie – odkształcenie przy C<sub>i</sub> = 0,0 [C40]

Fig. 6. Stress-strain relation for C<sub>i</sub> = 0.0 (M40)



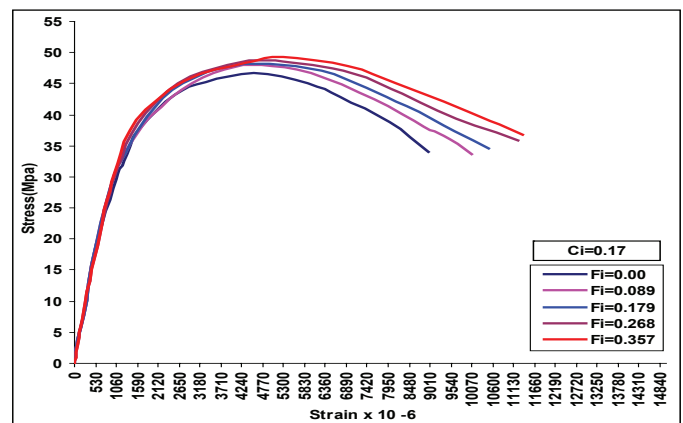
Rys. 8. Zależność naprężenie – odkształcenie przy C<sub>i</sub> = 0,08 [C40]

Fig. 8. Stress-strain relation for C<sub>i</sub> = 0.08 (M40)



Rys. 7. Zależność naprężenie-odkształcenie przy C<sub>i</sub> = 0,02 [C40]

Fig. 7. Stress-strain relation for C<sub>i</sub> = 0.02 (M40)



Rys. 9. Zależność naprężenie – odkształcenie przy C<sub>i</sub> = 0,17 [C40]

Fig. 9. Stress-strain relation for C<sub>i</sub> = 0.17 (M40)

naprężenie zamiast wprost odkształcenia oraz naprężenia, jak przyjął Saenz (17). Równanie 4 pokazuje zaproponowaną bezwymiarową zależność naprężenie-odkształcenie w przypadku SZBWS, poddanego osiowemu ścisłaniu.

$$\frac{f}{f_u} = \frac{A1\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}\right)}{1 + B1\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}\right) + C1\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}\right)^2} \quad [4]$$

gdzie:  $A = A1\left(\frac{f_u}{\varepsilon_u}\right)$ ,  $B = B1\left(\frac{1}{\varepsilon_u}\right)$ ,  $C = C1\left(\frac{1}{\varepsilon_u^2}\right)$

W oparciu o wcześniejsze badania SZBWS, poddanego osiowemu ścisłaniu, Rathish Kumar (18) uzyskał następujące zależności :

Wytrzymałość fibrobetonu

$$\frac{f_u}{f_u'} = (1 + 0.866C_i) + (1 + 0.101F_i) \quad [5]$$

Odształcenie fibrobetonu

$$\frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u'} = (1 + 3.761C_i) + (1 + 0.407F_i) \quad [6]$$

gdzie: C<sub>i</sub> i F<sub>i</sub> są odpowiednio wskaźnikiem skrępowania i zagęszczenia włókien, f' oraz ε' są naprężeniem i odkształceniem betonu (bez włókien), a f<sub>u</sub> i ε<sub>u</sub> przedstawiają naprężenie i odkształcenie fibrobetonu.

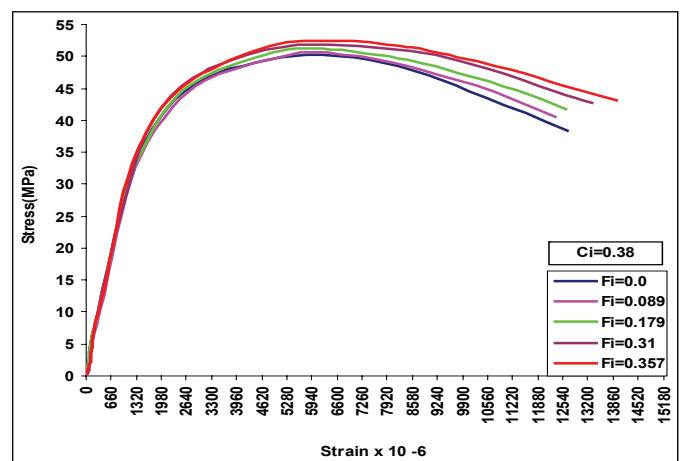
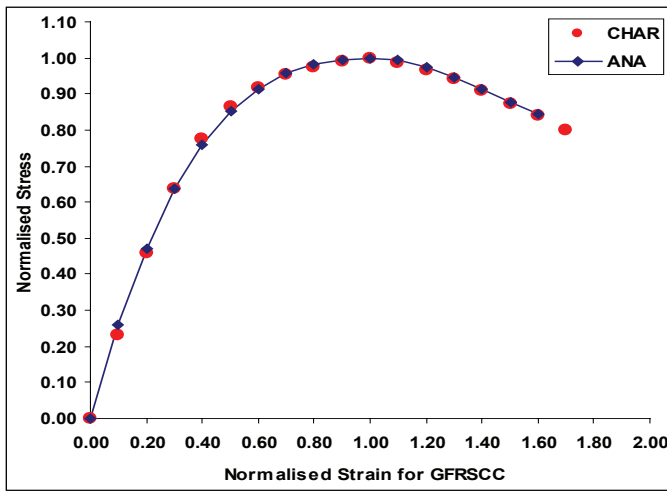


Fig. 10. Stress-strain relation for C<sub>i</sub> = 0.38 (M40)

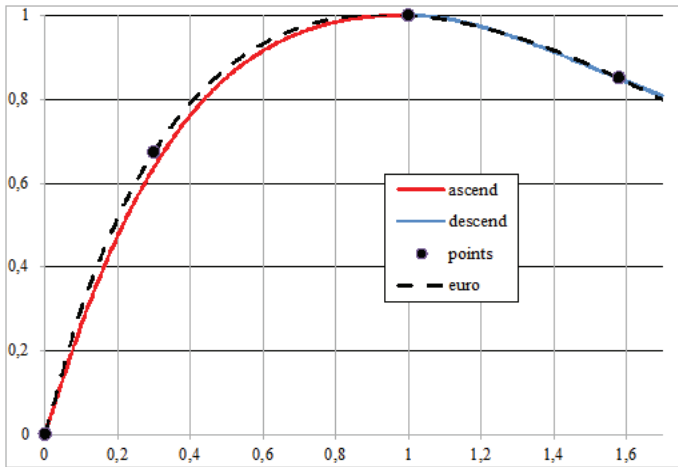
Rys. 10. Zależność naprężenie – odkształcenie przy C<sub>i</sub> = 0,38 [C40]

Use of fibers decreases the sapling of core concrete in addition to producing a passive confinement to the core concrete. The addition of glass fiber along with the confinement improved the deformation characteristics and maintained the integrity of concrete. To study the effect of fiber additions in SCC Fiber Index is taken as the parameter. In the stress-strain curves plotted in the Figs. 1-5 above the variation of stress - strain for different fiber indices for M20 grade of concrete can be observed. Similarly, Figs. 6-10 shows the



Rys. 11. Uogólniony stosunek naprężenie-odkształcenie

Fig. 11. Normalised stress - strain ratio



Rys. 12. Porównanie z krzywą zmodyfikowaną według Eurokodu

Fig. 12. Comparison with modified Euro-Code curve

Zaproponowano dwa zestawy stałych  $[A1, B1, C1]$  w celu właściwego opisu części wznoszącej się krzywej naprężenie – odkształcenie i osobno jej części opadającej [rysunek 11].

Wprowadzono następujące warunki brzegowe:

Warunki brzegowe wspólne dla obu części (wznoszącej się i opadającej) [rysunek 11]:

$$(i) \quad \frac{\varepsilon}{\varepsilon_u} = 1; \quad \frac{f}{f_u} = 1;$$

$$(ii) \quad \frac{\varepsilon}{\varepsilon_u} = 1; \quad d\left(\frac{f}{f_u}\right) / d\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}\right) = 0;$$

Dodatkowe warunki brzegowe dla wznoszącej się części krzywej:

$$(iii) \quad \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}\right) = 0.3; \quad \left(\frac{f}{f_u}\right) = 0.673;$$

a dla opadającej części krzywej:

plots of stress-strain curves for M40 grade of concrete for different confinement indices and for variation in the fiber indices.

By normalizing the stress-strain behavior of two grades of concretes shown in plots Figs. 1-10 for different Confinement Indices ( $C_i$ ) and Fiber Indices ( $F_i$ ) a general stress-strain curve is developed which serves as a stress block for GFRSCC. The variation of the Normalised Stress – Strain relation is shown in Fig. 11. A comparison with the modified Euro Code curve is shown in Fig. 12. To develop the stress block parameters a single polynomial of the form originally proposed by Saenz (17) for concrete is used as a basis in the investigation.

Equation [3] is the model proposed by Saenz (17) for the stress-strain behaviour of a normal concrete in compression

$$f = \frac{A\varepsilon + D}{1 + B\varepsilon + C\varepsilon^2} \quad [3]$$

where,  $\varepsilon$  = strain of concrete,  $f$  = stress correspond to strain,  $A$ ,  $B$ ,  $C$  and  $D$  are constants.

To express in non-dimensional form, the strain ratio and stress ratio are taken as independent and dependent variables instead of strain and stress as proposed by Saenz (17). Equation [4] shows the proposed non-dimensional stress-strain relation for glass fiber SCC, tested under axial compression.

$$\frac{f}{f_u} = \frac{A1\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}\right)}{1 + B1\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}\right) + C1\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}\right)^2} \quad [4]$$

where:  $A = A1\left(\frac{f_u}{\varepsilon_u}\right)$ ,  $B = B1\left(\frac{1}{\varepsilon_u}\right)$ ,  $C = C1\left(\frac{1}{\varepsilon_u^2}\right)$

From the relations obtained based on previous study on GFRSCC under axial compression (18, 19).

Confined Concrete Strength:

$$\frac{f_u}{f'} = (1 + 0.866C_i) + (1 + 0.101F_i) \quad [5]$$

Confined Concrete Strain:

$$\frac{\varepsilon_u}{\varepsilon'} = (1 + 3.761C_i) + (1 + 0.407F_i) \quad [6]$$

where  $C_i$  and  $F_i$  are the confinement index and fiber index,  $f'$  and  $\varepsilon'$  are the stress and strain values of plain concrete.  $f_u$  and  $\varepsilon_u$  represents the stress and strain values of confined concrete.

Two sets of constants ( $A1, B1, C1$ ) are proposed to obtain the ascending and descending portion of the stress-strain curve. One set of constants represents the ascending portion and other set represents the descending portion of the stress-strain curve (Fig. 11).

The following boundary conditions are used:

$$(i) \quad \frac{\varepsilon}{\varepsilon_u} = 1; \quad \frac{f}{f_u} = 1;$$

$$(iv) \quad \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}\right) = 1.58; \left(\frac{f}{f_u}\right) = 0.85;$$

Warunki brzegowe (iii) oraz (iv) uzyskano z wyników doświadczalnych. Wartość  $\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}\right) = 0.3$  stanowi umowną granicę zakresu liniowego. Dla wartości  $\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}\right) = 1.58$  spadek wytrzymałości wynosi 15%. Przy spełnieniu warunków brzegowych otrzymano następujące stałe dla wznoszącej się i opadającej części krzywej:

$$A1 = 2.866, B1 = 0.866, C1 = 1.0 \text{ [dla części wznoszącej się]}$$

$$A1 = 1.206, B1 = -0.794, C1 = 1.0 \text{ [dla części opadającej]}$$

Zależność naprężenie-odkształcenie SZB części wznoszącej się krzywej wyraża wzór:

$$\frac{f}{f_u} = \frac{2.866\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}\right)}{1 + 0.866\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}\right) + 1.0\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}\right)^2} \quad [7]$$

a dla części opadającej krzywej:

$$\frac{f}{f_u} = \frac{1.206\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}\right)}{1 - 0.794\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}\right) + 1.0\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}\right)^2} \quad [8]$$

Stąd uogólnione równanie zależności naprężenie-odkształcenie w przypadku SZBWS można zapisać w następującej formie:

$$f = \frac{A\varepsilon}{1 + B\varepsilon + C\varepsilon^2} \quad [9]$$

gdzie:  $A = A1\left(\frac{f_u}{\varepsilon_u}\right)$ ,  $B = B1\left(\frac{1}{\varepsilon_u}\right)$ ,  $C = C1\left(\frac{1}{\varepsilon_u^2}\right)$

Rozkład naprężenia w przekroju SZBWS, dla stanu nośności granicznej przy zginaniu, otrzymuje się za pomocą przytoczonej powyżej relacji naprężenie-odkształcenie. Błąd jest mniejszy od 5% w porównaniu do zmodyfikowanej standardowej krzywej naprężenie-odkształcenie według Eurokodu [EN 1992-1-1:2005 (22) i EN 1992-1-2:2005 (23)].

## 6. Moment zginający i krzywizna przekroju SZBWS

Przy wyprowadzaniu zależności moment zginający – krzywizna przekrojów SZBWS wprowadzono następujące założenia:

- 1) Zaproponowane zależności naprężenie – odkształcenie obowiązują dla odcinków zarówno niezbrojonych jak i ze strzemionami.
- 2) Rozkład odkształceń w przekroju poprzecznym jest liniowy aż do zniszczenia.
- 3) Wykres naprężenie-odkształcenie dla stali zbrojeniowej jest odcinkowo liniowy.

Ponadto, poza podanymi założeniami, powinny być spełnione trzy podstawowe zależności: [i] równowaga sił, [ii] zgodność od-

$$(ii) \quad \frac{\varepsilon}{\varepsilon_u} = 1; d\left(\frac{f}{f_u}\right)/d\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}\right) = 0;$$

Boundary Conditions common for both ascending and descending portions of stress-strain curve in Fig. 11.

Additional Boundary Condition for ascending portion of stress-strain curve

$$(iii) \quad \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}\right) = 0.3; \left(\frac{f}{f_u}\right) = 0.673;$$

Additional Boundary Condition for descending portion of stress-strain curve

$$(iv) \quad \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}\right) = 1.58; \left(\frac{f}{f_u}\right) = 0.85;$$

The conditions (iii) and (iv) are obtained from the experimental data. At  $\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}\right) = 0.3$  the curve deviates from the initial tangent. At  $\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}\right) = 1.58$  the reduction in strength is 15 percent. Satisfying the boundary conditions the constants for ascending and descending portions of the curve were obtained:

$$A1 = 2.866, B1 = 0.866, C1 = 1.0 \text{ (for Ascending Portion) and}$$

$$A1 = 1.206, B1 = -0.794, C1 = 1.0 \text{ (for Descending Portion).}$$

Thus the stress-strain equation for the ascending portion of self-compacting concrete is

$$\frac{f}{f_u} = \frac{2.866\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}\right)}{1 + 0.866\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}\right) + 1.0\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}\right)^2} \quad [7]$$

While the stress-strain equation for the descending portion of self-compacting concrete is

$$\frac{f}{f_u} = \frac{1.206\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}\right)}{1 - 0.794\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}\right) + 1.0\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}\right)^2} \quad [8]$$

Hence, the generalized stress-strain equation for GFRSCC can be written as

$$f = \frac{A\varepsilon}{1 + B\varepsilon + C\varepsilon^2} \quad [9]$$

where  $A = A1\left(\frac{f_u}{\varepsilon_u}\right)$ ,  $B = B1\left(\frac{1}{\varepsilon_u}\right)$ ,  $C = C1\left(\frac{1}{\varepsilon_u^2}\right)$

The stress block parameters, useful in computing the ultimate moment of resistance and corresponding curvature of CFRSCC section is obtained using the above proposed stress-strain equation. The maximum error is lower than 5% compared with the modification of standard stress-strain curve proposed by the Euro code [EN 1992-1-1:2005 & EN 1992-1-2:2005].



kształceń oraz [iii] związku naprężenie–odkształcenie materiałów składowych.

W celu otrzymania pełnej charakterystyki związku moment zginający-krzywizna dla dowolnego przekroju poprzecznego, dobrano dyskretne wartości odkształcenia betonu ( $\varepsilon_c$ ) umożliwiające uzyskanie równomiernego rozmieszczenia punktów na wykresie, przed i po maksimum. Zastosowano następującą metodę obliczeniową:

- Zakłada się graniczne odkształcenie betonu przy ściskaniu ( $\varepsilon_c$ ). W omawianych badaniach  $\varepsilon_c$  zmienia się w zakresie od 0,0001 do 0,08.
- Zakłada się położenie osi obojętnej  $n_d$  w połowie wysokości efektywnej przekroju [to jest 0,5 d].
- Dla przyjętego położenia osi obojętnej oblicza się siłę ściskającą w betonie  $C_c$  oraz moment  $M_c$  od tej siły względem osi obojętnej.

$$C_c = \frac{b \cdot n_d}{\varepsilon_c} \int_0^{\varepsilon_c} f d\varepsilon$$

$$= \frac{bn_d}{\varepsilon_c} \left[ \frac{A}{2C} \int_0^{\varepsilon_c} \frac{B + 2C\varepsilon}{1 + B\varepsilon + C\varepsilon^2} d\varepsilon - \frac{AB}{2C^2} \int_0^{\varepsilon_c} \frac{d\varepsilon}{\left(\varepsilon + \frac{B}{2C}\right)^2 + \frac{4C - B^2}{4C^2}} \right]$$

$$= \frac{bn_d}{\varepsilon_c} \left[ \frac{A}{2C} K_1 - \frac{AB}{2C^2} K_2 \right] \quad [10]$$

gdzie:  $b$  jest szerokością przekroju,  $n_d$  jest położeniem osi obojętnej,  $\varepsilon_c$  jest odkształceniem ściskającym skrajnych włókien,  $f$  jest naprężeniem odpowiadającym odkształceniu.

Z równania [10] otrzymujemy:

$$M_c = b \left( \frac{n_d}{\varepsilon_c} \right)^2 \int_0^{\varepsilon_c} f \varepsilon d\varepsilon$$

$$= b \left( \frac{n_d}{\varepsilon_c} \right)^2 \left[ \frac{A}{2C^3} (2C^2 \varepsilon_c - BCK_1 - (2C - B^2)K_2) \right] \quad [11]$$

gdzie:

$$K_1 = \left| h (1.0 + B\varepsilon + C\varepsilon^2) \right|_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \text{ i } K_2 = \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \frac{d\varepsilon}{\left[\varepsilon + \frac{B}{2C}\right]^2 + \frac{4C - B^2}{4C^2}}$$

Trzy różne wartości są możliwe zależnie od znaku wyróżnika ( $4C - B^2$ ) w równaniu:

- jeżeli  $(4C - B^2) < 0$  i  $\sqrt{4C - B^2} = Q$

$$K_2 = \left| \frac{C}{Q} h \frac{(2C\varepsilon + B - Q)(B + Q)}{(2C\varepsilon + B + Q)(B + Q)} \right|_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2}$$

- jeżeli  $(4C - B^2) > 0$  i  $\sqrt{4C - B^2} = R$

## 6. Moments and curvatures of glass fiber reinforced self-compacting concrete sections

In deriving the expressions for the resisting moments and curvatures for GFRSCC at critical sections, the following assumptions were made:

- The stress-strain relationships proposed are valid for confined as well as unconfined sections.
- The variation of strain across a section is linear up to failure
- The stress-strain diagram for reinforcing steel is idealized as linear segments such that it is as close as possible to the actual stress-strain diagram.

In addition to the above assumptions, the three basic relationships viz., (i) Equilibrium of forces, (ii) Compatibility of strains and (iii) stress-strain relationship of the materials have to be satisfied.

For obtaining the complete Moment-Curvature (M- $\theta$ ) relationship for any cross section, discrete values of concrete strains ( $\varepsilon_c$ ) were selected such that even distributions of points on the plot, both before and after the maximum were obtained. The procedure used in the computation is given below:

- The extreme fiber concrete compressive strain ( $\varepsilon_c$ ) is assumed. In the present investigation, the values of  $\varepsilon_c$  are in the range of 0.0001 to 0.08.

- The neutral axis depth,  $n_d$  is assumed initially as 0.5 times the effective depth (i.e. 0.5d).

- For this value of neutral axis depth (0.5d), the compressive force in the concrete,  $C_c$  and the value of moment  $M_c$  of this resultant compressive force about the neutral axis is calculated.

$$C_c = \frac{b \cdot n_d}{\varepsilon_c} \int_0^{\varepsilon_c} f d\varepsilon$$

$$= \frac{bn_d}{\varepsilon_c} \left[ \frac{A}{2C} \int_0^{\varepsilon_c} \frac{B + 2C\varepsilon}{1 + B\varepsilon + C\varepsilon^2} d\varepsilon - \frac{AB}{2C^2} \int_0^{\varepsilon_c} \frac{d\varepsilon}{\left(\varepsilon + \frac{B}{2C}\right)^2 + \frac{4C - B^2}{4C^2}} \right]$$

$$= \frac{bn_d}{\varepsilon_c} \left[ \frac{A}{2C} K_1 - \frac{AB}{2C^2} K_2 \right] \quad [10]$$

where,  $b$  is breadth of the beam,  $n_d$  is the neutral axis depth,  $\varepsilon_c$  is the extreme fiber compressive strain,  $f$  is the stress corresponding to the strain.

From the above equation [10]

$$M_c = b \left( \frac{n_d}{\varepsilon_c} \right)^2 \int_0^{\varepsilon_c} f \varepsilon d\varepsilon$$

$$K_2 = \left| \frac{2C}{R} \tan^{-1} \frac{R\varepsilon}{2+B\varepsilon} \right|_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2}$$

(iii) jeżeli  $(4C - B^2) = 0$ ;  $K_2 = \left| \frac{2A\varepsilon}{2C\varepsilon + B} \right|_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2}$

i  $A = A1(\frac{f_u}{\varepsilon_u})$ ,  $B = B1(\frac{1}{\varepsilon_u})$ ,  $C = C1(\frac{1}{\varepsilon_u^2})$

jeżeli  $\varepsilon_c \leq \varepsilon_u$   $A1 = 2,866$ ,  $B1 = 0,866$ ,  $C1 = 1,0$

jeżeli  $\varepsilon_c \geq \varepsilon_u$   $A1 = 1,206$ ,  $B1 = -0,794$ ,  $C1 = 1,0$

Obliczając stosunki objętościowe  $P_b$  i  $P_{bb}$  niezbędne do określenia wskaźnika skrępowania  $C$ , oblicza się objętość strzemiona mnożąc długość linii środkowej przez pole przekroju strzemiona. Otrzymaną wartość dzieli się przez objętość betonu uwzględniającą rozstaw strzemion. Rozstaw strzemion przyjmuje się jako mniejszą z dwóch wartości: (i) 1,2 szerokości próbki, czyli granicznej wartości, powyżej której beton pracuje jako nieskrępowany; (ii) rozstaw strzemion, dla którego mechanizm zniszczenia próbki przez ścinanie przechodzi w mechanizm zniszczenia przez zginanie.

4. Oblicza się odkształcenia stali zbrojeniowej ściskanej i rozciąganej z warunku zgodności odkształceń.

5. Siłę rozciągającą  $[T_s]$  i siłę ściskającą  $[C_s]$  zbrojenia oblicza się na podstawie naprężeń odpowiadających odkształceniom, mnożąc je przez pola przekroju odpowiednich prętów stalowych.

6. Siła w SZBWS [rysunek 13] w strefie rozciągania jest obliczana w następujący sposób:

(i) Przyjmuje się wykres naprężenie-odkształcenie fibrobetonu w strefie rozciągania pokazany na rysunku 14. Odkształcenie  $\varepsilon_1$  i odpowiadającą mu wytrzymałość zaczerpnięto z pracy Loka i Xio

(24). Naprężenie wiązania  $\tau_d$  przyjęto jako  $2,30 \sqrt{f_{ck}}$  dla SZB (25), a wytrzymałość  $f_u = 0,405 V_f \tau_d \left( \frac{L}{d} \right)$  (11) gdzie:  $\tau_d = 2,30 \sqrt{f_{ck}}$ ,

$$\varepsilon_1 = \frac{f_u}{E_c}$$

Całkowita siła rozciągająca w SZBWS składa się z następujących składowych (11):

$$T_{fi} = T_{fi1} + T_{fi2} \quad [12]$$

gdzie  $T_{fi1} = 0,5 f_u b \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_c} \right) n_d$  działa w  $\frac{2}{3} \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_c} \right) n_d$  od osi obojętnej

$$T_{fi2} = f_u \left( d - n_d - \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_c} \right) n_d \right) b$$

działa w  $0,5 \left( d - n_d + \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_c} \right) n_d \right)$

od osi obojętnej.

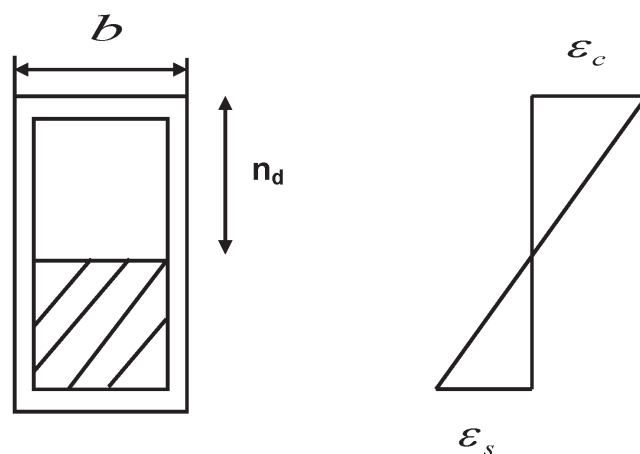


Fig. 13. Fibrous Concrete in tension zone (hatched portion)

Rys. 13. Fibrobeton w strefie rozciągania [część zakreskowana]

$$= b \left( \frac{n_d}{\varepsilon_c} \right)^2 \left[ \frac{A}{2C^3} (2C^2 \varepsilon_c - BCK_1 - (2C - B^2)K_2) \right] \quad [11]$$

where

$$K_1 = |h (1.0 + B\varepsilon + C\varepsilon^2)|_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \text{ and}$$

$$K_2 = \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \frac{d\varepsilon}{\left[ \varepsilon + \frac{B}{2C} \right]^2 + \frac{4C - B^2}{4C^2}}$$

Three values are possible in the above equation depending on nature of the Discriminant  $(4C - B^2)$  in the equation

(i) if  $(4C - B^2) < 0$  and  $\sqrt{4C - B^2} = Q$

$$K_2 = \left| \frac{C}{Q} h \frac{(2C\varepsilon + B - Q)(B + Q)}{(2C\varepsilon + B + Q)(B + Q)} \right|_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2}$$

(ii) if  $(4C - B^2) > 0$  and  $\sqrt{4C - B^2} = R$

$$K_2 = \left| \frac{2C}{R} \tan^{-1} \frac{R\varepsilon}{2 + B\varepsilon} \right|_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2}$$

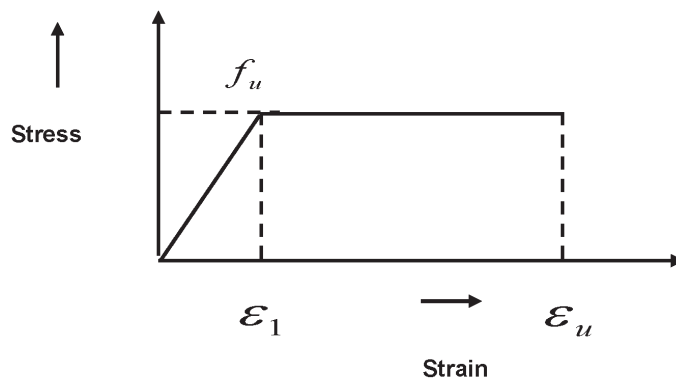


Fig. 14. Stress-strain diagram for fibre reinforced concrete in tension

Rys. 14. Zależność naprężenie-odkształcenie fibrobetonu przy rozciąganiu

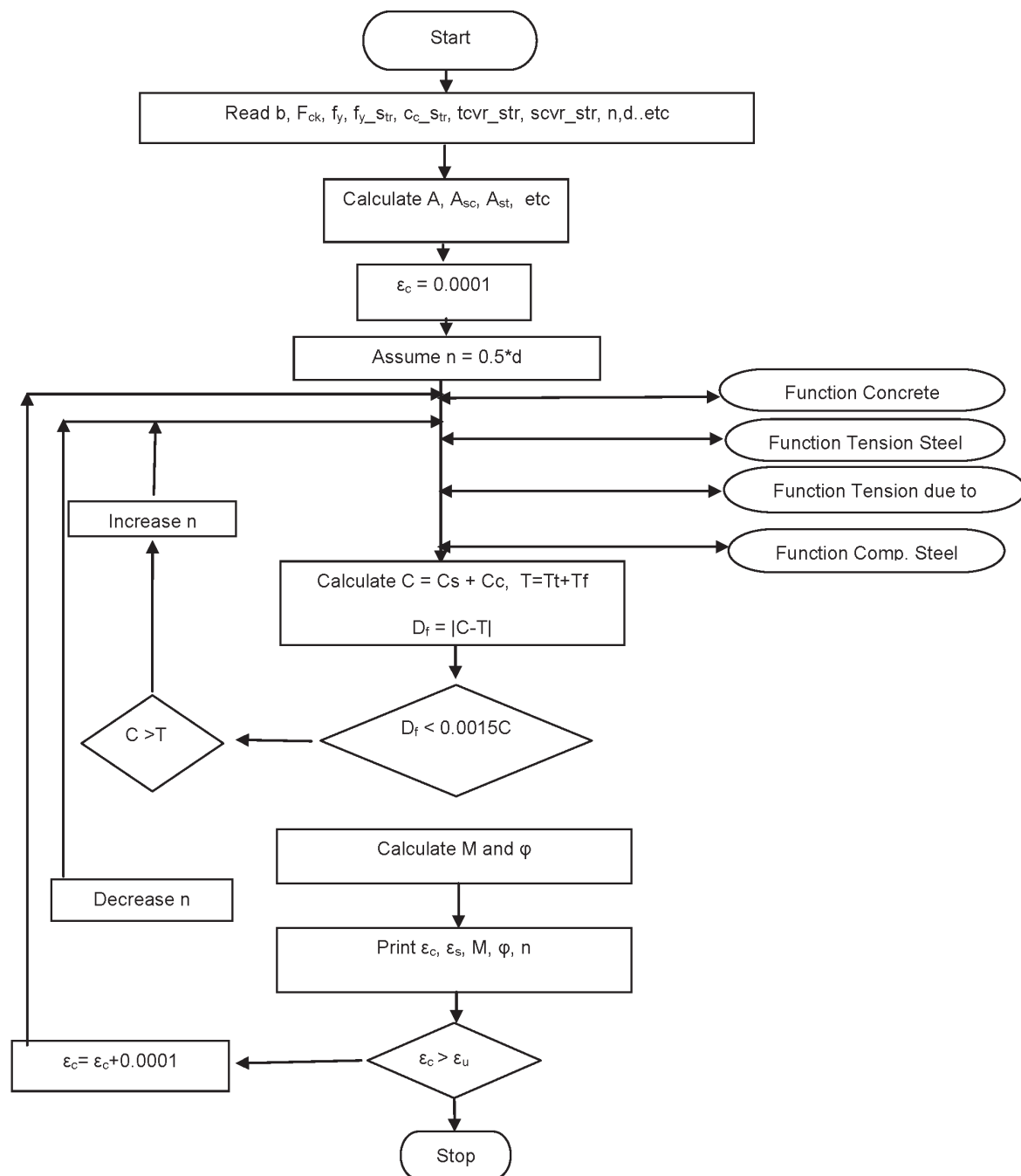


Fig 15. Flow chart for developing complete M-  $\Phi$  diagrams

Rys. 15. Schemat blokowy obliczenia zależności M-  $\Phi$

Na tej podstawie oblicza się całkowitą siłę rozciągającą  $T_{fi}$  i jej moment  $M_f$  względem osi obojętnej.

7. Całkowita siła ściskająca  $[C]$  i rozciągająca  $[T]$ , działające w przekroju poprzecznym, są obliczane jako:

$$T_{fi} = T_s + T_f + T_{f'}; \quad C = C_c$$

gdzie:  $T_s$  – rozciąganie od ściskanego zbrojenia,  $T_f$  – rozciąganie od rozciąganego zbrojenia, a  $T_{f'}$  – rozciąganie przenoszone przez włókna.

8. Jeżeli  $C = T$ , wówczas założone położenie osi obojętnej ' $n_d$ ' jest poprawne więc oblicza się moment  $[M]$  i krzywiznę  $[\Phi]$ . Jeśli

$$(iii) \text{ if } (4C - B^2) = 0; \quad K_2 = \left. \frac{2A\varepsilon}{2C\varepsilon + B} \right|_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2}$$

$$\text{and } A = A1\left(\frac{f_u}{\varepsilon_u}\right), \quad B = B1\left(\frac{1}{\varepsilon_u}\right), \quad C = C1\left(\frac{1}{\varepsilon_u^2}\right)$$

$$\text{if } \varepsilon_c \leq \varepsilon_u \quad A1 = 2.866, \quad B1 = 0.866, \quad C1 = 1.0$$

$$\text{if } \varepsilon_c \geq \varepsilon_u \quad A1 = 1.206, \quad B1 = -0.794, \quad C1 = 1.0$$

In calculating the volumetric ratio  $P_b$  and  $P_{bb}$ , required in the calculation of confinement index  $C_c$ , an imaginary leg of stirrup is placed at

warunek nie jest spełniony modyfikuje się położenie osi obojętnej aż do spełnienia warunku  $C = T$ .

Moment  $M$  względem osi obojętnej wynosi  $= M_c + M_{ts} + M_f + M_{ft}$

$$\Phi = \text{krzywizna} = \left( \frac{\epsilon_c}{nd} \right) \quad [13]$$

gdzie:  $M_c$  – moment przenoszony przez beton,  $M_{ts}$  – moment od zbrojenia ściskanego,  $M_f$  – moment od zbrojenia rozciągającego,  $M_{ft}$  – moment przenoszony przez włókna.

Wykorzystując uzyskane doświadczalnie krzywe naprężenie-odkształcenie dla skrępowanej i nieskrępowanej pracy betonu oraz zależności naprężenie-odkształcenie prętów zbrojeniowych, opracowano program komputerowy, pozwalający na obliczenie krzywych moment-krzywizna dla skrępowanych próbek betonowych (zarówno dla SZB jak i SZBWS oraz dwóch klas betonu C20/25 i C40/45) a tym samym, na podstawie krzywej moment rozciągający-krzywizna, krzywiznę w przekroju w fazie pracy plastycznej. Zaproponowany algorytm przedstawia schemat blokowy na rysunku 15 wraz z danymi wejściowymi i niezbędnymi objaśnieniami. Program komputerowy wykorzystuje przedstawiony powyżej tok postępowania.

W oparciu o parametry krzywej naprężenie-odkształcenie dla SZBWS można wyznaczyć krzywiznę w przekroju w fazie uplastycznienia. W tabelicy 1 zebrano wyniki obliczeń momentu zginającego i krzywizny w punktach części krzywej wznoszącej i opadającej odpowiadających 0,85 maksymalnej wartości, otrzymane na podstawie metody przedstawionej na rysunku 15.

Tabela 1 / Table 1

WARTOŚCI MOMENTU ZGINAJĄCEGO I KRZYWIZNY W PUNKCIE MAKSYMALNYM ORAZ DLA WARTOŚCI 0,85 PRZED I PO NIM  
ANALYTICAL VALUES OF MOMENT AND CURVATURE AT ULTIMATE, 0.85 ASCENDING & 0.85 DESCENDING

Beam	Analytical Values				Analytical Values 0.85 ascending				Analytical Values 0.85 descending			
	M kN-m	$\emptyset$ $\times 10^{-6}$	$\epsilon_c$ $\times 10^{-6}$	$\epsilon_s$ $\times 10^{-6}$	M kN-m	$\emptyset$ $\times 10^{-6}$	$\epsilon_c$ $\times 10^{-6}$	$\epsilon_s$ $\times 10^{-6}$	M kN-m	$\emptyset$ $\times 10^{-6}$	$\epsilon_c$ $\times 10^{-6}$	$\epsilon_s$ $\times 10^{-6}$
AWUR	14.31	81.11	4100	9770	12.97	28.48	21000	2770	14.61	105.89	4900	13207
AWOR	30.50	51.17	5800	2796	19.53	21.84	2600	1068	30.58	93.96	10100	5686
BWUR	25.24	53.89	3300	5807	24.35	39.54	2700	3981	25.48	133.21	6100	16413
BWOR	57.53	44.09	5700	1640	52.18	37.53	4800	1449	59.51	116.34	12500	6871
AGUR	16.59	79.84	3900	9753	12.66	18.69	1400	1795	17.02	113.56	5000	14418
AGOR	34.92	79.92	6800	3269	31.83	31.74	3600	1733	33.10	166.25	13700	4524
BGUR	29.51	72.72	3700	8589	26.61	29.03	2000	2905	30.83	111.50	5000	13843
BGOR	65.36	53.45	6000	3125	49.03	35.24	19000	1301	65.80	92.21	13700	5294

### Wykaz stosowanych oznaczeń:

$b$  = szerokość

$F_{ck}$  = wytrzymałość charakterystyczna betonu,

$F_y$  = granica plast. zbrojenia podłużnego

$f_{y\_str}$  = granica plast. zbrojenia poprzecznego,

the neutral axis. Then the volume of the stirrup is calculated as the total centerline length of the stirrup multiplied by the cross sectional area of the stirrup. This value when divided by the volumetric ratio of the binders corresponds to the limiting pitch. The limiting pitch is taken as lesser of (i) 1.2 times the breadth of the beam i.e., the pitch above which stirrups will not provide any confining effect in concrete (ii) the spacing of stirrups, which just transform the failure of the beams from shear failure to that of flexural failure.

4. The strains in the tension steel and the compression steel are calculated, based on strain compatibility.

5. The tensile force ( $T_s$ ) force and compressive force ( $C_s$ ) steels are arrived by taking the corresponding stresses from the stress-strain diagrams and multiplying the stresses with the cross sectional areas of respective steels.

6. The force in Fiber Reinforced SCC (Fig. 13) in the tension zone is calculated by the following procedure:

The idealized stress-strain diagram for fiber reinforced concrete in tension zone is given in Fig. 14. The strain  $\epsilon_1$  and ultimate strength is taken from the studies of Lok and Xio (24). The bond stress  $\tau_d$  is taken as  $2.30\sqrt{f_{ck}}$  for self-compacting concrete (25)

$$\text{and } f_u = 0.405V_f\tau_d\left(\frac{L}{d}\right) \quad (11):$$

$$\text{where, } \tau_d = 2.30\sqrt{f_{ck}}, \epsilon_1 = \frac{f_u}{E_c}$$

The total tensile force in FRSCC consists of parts (11) as follows:

$$T_{fi} = T_{fi1} + T_{fi2} \quad [12]$$

Where,  $T_{fi1} = 0.5f_u b \left( \frac{\epsilon_1}{\epsilon_c} \right) n_d$  acts at  $\frac{2}{3} \left( \frac{\epsilon_1}{\epsilon_c} \right) n_d$  from the neutral axis

$cc\_str$  = otulina netto strzemion  
 $tcvr\_str$  = otulina górna strzemion,  
 $scvr\_str$  = otulina boczna strzemion,  
 $n$  = położenie osi obojętnej,  
 $d$  = efektywna wysokość przekroju,  
 $A$  = całkowite pole przekroju,  
 $A_{sc}$  = pole zbrojenia ściskanego,  
 $A_{st}$  = pole przekroju zbrojenia rozciąganego,  
 $\epsilon_c$  = odkształcenie betonu,  
 $\epsilon_u$  = maksymalne odkształcenie betonu,  
 $C$  = całkowita siła ściskająca,  
 $C_s$  = siła ściskająca w zbrojeniu,  
 $C_c$  = siła ściskająca w betonie,  
 $T$  = całkowita siła rozciągająca,  
 $T_t$  = siła rozciągająca w zbrojeniu,  
 $T_f$  = siła rozciągająca we włóknach,  
 $D_f$  = wysokość efektywna,  
 $\epsilon_s$  = maksymalne odkształcenie zbrojenia,  
 $M$  = całkowity moment,  
 $\Phi$  = krzywizna.

## 7. Wnioski

Z przeprowadzonych doświadczeń i ich analizy wynikają następujące wnioski:

1) Strzemiona i dodatek włókien szklanych polepszają własności SZBWS. Wpływ strzemion został określony za pomocą wskaźnika skrępowania, a wpływ włókien za pomocą wskaźnika zagęszczenia włókien.

Wskaźnik skrępowania

$$C_i = (P_b - \bar{P}_b) (f_v / f_c) \sqrt{\frac{b}{s}}$$

Wskaźnik zagęszczenia włókien

$$F_i = (w_f) (l/d)$$

2) Zarówno zbrojenie strzemionami SZB jak i dodatek włókien zwiększają uzyskane maksymalne naprężenie oraz odkształcenia odpowiadające wartości maksymalnej naprężenia i 85% tej wartości

3) Dodatek włókien szklanych zmienia nieznacznie część wznoszącą się krzywej naprężenie-odkształcenie, natomiast część opadająca tej krzywej staje się mniej stroma, co świadczy o zwiększonej plastyczności i wytrzymałości.

4) Wytrzymałość materiału i jego odkształcenie wynikające z zastosowania strzemion i dodatku włókien zostały określone na podstawie badań jako dane równaniami [5] i [6]

$$T_{fi2} = f_u \left( d - n_d - \left( \frac{\epsilon_1}{\epsilon_c} \right) n_d \right) b \text{ acts at } 0.5 \left( d - n_d + \left( \frac{\epsilon_1}{\epsilon_c} \right) n_d \right)$$

from the neutral axis.

Hence, the total force in FRSCC in tension  $T_{fi}$  and its moment  $M_f$  about the neutral axis is obtained.

7. The total compressive force ( $C$ ) and tensile force ( $T$ ) acting on the section are calculated as

$$T_{fi} = T_s + T_f + T_{fi}; \quad C = C_c$$

where  $T_s$  – tension due to compressive steel force,  $T_f$  – tension due to tensile force, and  $T_{fi}$  – tension due to fibers.

8. If  $C = T$ , then the assumed value of neutral axis depth ' $n_d$ ' is correct and the moment ( $M$ ) and the curvature ( $\Phi$ ) can be now calculated. Otherwise, the neutral axis depth is modified until the conditions  $C = T$  is achieved.

Now  $M$  = Moment about the neutral axis =  $M_c + M_{ts} + M_f + M_{fi}$

$$\Phi = \text{curvature} = \left( \frac{\epsilon_c}{nd} \right) \quad [13]$$

where  $M_c$  – moment due to concrete,  $M_{ts}$  – moment due to compressive steel,  $M_f$  – moment due to tensile steel and  $M_{fi}$  – moment due to fibers.

Using separate cures developed for experimental stress-strain data of confined, unconfined concrete and the stress-strain relationship for the steel bars, a computer program was developed to calculate the moment curvature curves for confined concrete beams (i.e. for both SCC and GFRSCC for M20 and M40 grades of concrete), and therefore the curvature ductility is obtained based on the moment-curvature curve. The proposed algorithm is demonstrated by the flow chart shown in Fig. 15. A computer program is developed for determining the Moment Curvature as per the procedure explained above. The input information with necessary explanations and a general flow chart is presented in Fig. 15.

Hence, based on the stress block parameters of the GFRSCC stress-strain curve the curvature ductility can be determined. Table 1 shows the details of the analytical values of the Moment and Curvature at 0.85 Ascending & 0.85 Descending obtained based on the procedure given in the flow chart Fig. 15.

## NOTATIONS:

$b$  = breadth,

$f_{ck}$  = Characteristic Strength of concrete,

$F_y$  = yielding value of longitudinal steel,

$f_{y\_str}$  = yielding value of lateral steel,

$cc\_str$  = clear cover to stirrups,

$tcvr\_str$  = top cover of stirrups,

$scvr\_str$  = side cover of stirrups,

$$\frac{f_u}{f'} = (1 + 0,866C_i) + (1 + 0,101F_i)$$

$$\frac{\varepsilon_u}{\varepsilon'} = (1 + 3,761C_i) + (1 + 0,407F_i)$$

5) Równania naprężenie-odkształcenie dla SZBWS ze strzemiionami podano osobno dla części wznoszącej się i osobno dla opadającej jako

część wznosząca się:

$$\frac{f}{f_u} = \frac{1,206(\varepsilon/\varepsilon_u)}{1 - 0,794(\varepsilon/\varepsilon_u) + 1,0\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}\right)^2}$$

część opadająca

$$\frac{f}{f_u} = \frac{2,866(\varepsilon/\varepsilon_u)}{1 + 0,866(\varepsilon/\varepsilon_u) + 1,0\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}\right)^2}$$

6) Zaproponowane w pracy bezwymiarowe równanie charakterystyczne może być użyte do opisu z odpowiednią dokładnością zachowania się BSZWS ze strzemiionami przy osiowym ściskaniu.

7) Graniczny moment zginający i odpowiadająca mu krzywizna przekroju BSZWS zostały określone za pomocą parametrów zbudowanego analitycznego modelu zależności naprężenie-odkształcenie.

8) Schemat blokowy przedstawiony na rysunku 14 przedstawia metodę numerycznego obliczenia zależności moment-krzywizna dla SZBWS ze strzemiionami.

## Literatura / References

1. H. Okamura, K. Ozawa, Mix design for Self-Compacting, concrete library of JSCE, pp. 107-120 (1995).
2. H. J. H. Brouwers, H. J. Radix, Self-Compacting Concrete: Theoretical and experimental study, Cem. Concr. Res., **35**, pp. 2116-2136 (2005).
3. H. Okamura, M. Ouchi, "Self-Compacting Concrete", J. Adv. Concr. Techn., **1**, pp.5-15, (2003).
4. O. Wallevik, I. Nielsson, Self-Compacting Concrete, 3rd International RILEM Symposium on Self-Compacting Concrete (2003).
5. S. Turkel, A. Kandemir, Fresh and Hardened Properties of SCC Made with Different Aggregate and Mineral Admixtures. Journal of Materials in Civil Engineering, **22**, 10 (2010).
6. C. Jayasree, J. Murali Krishnan, R. Gettu, Influence of superplasticizer on the non-Newtonian characteristics of cement paste, Mat. Struct., **44**, pp. 929-942 (2011).
7. M. Ouchi, M. Hibino, H. Okamura, "Effect of Superplasticizer on Self Compactability of Fresh Concrete", TRR 1574, pp. 37-40 (1996).
8. M. Sahmaran, I. O. Yaman, "Hybrid fiber reinforced self-compacting concrete with a high-volume coarse fly ash," Constr. Build. Mat., **21**, pp. 150-156 (2007).

n = natural axis depth,

d = effective depth,

A = Total Area of beam section,

A<sub>sc</sub> = Total Area of compression steel,

A<sub>st</sub> = Total Area of Tension Steel,

ε<sub>c</sub> = strain concrete,

ε<sub>u</sub> = Maximum strain concrete,

C = Total Compression,

C<sub>s</sub> = Compression in Steel,

C<sub>c</sub> = Compression in concrete,

T = Total Tension,

T<sub>t</sub> = Tension of steel,

T<sub>f</sub> = Tension of fibers,

D<sub>f</sub> = Depth of flange,

ε<sub>s</sub> = Maximum strain in steel,

M = Total Moment,

Φ = Total curvature.

## 7. Conclusions

The following are some of the conclusions based on the experimental study and the analysis

1) The lateral ties and glass fiber contributes to the improvement in the confinement of GFRSCC. The influence of lateral ties was brought out through Confinement Index, while the influence of fiber was brought out through Fiber Index.

Confinement Index

$$C_i = (P_b - \bar{P}_b)(f_v/f_c')\sqrt{\frac{b}{s}}$$

Fiber Index

$$F_i = (w_f)(l/d)$$

2) Confinement of SCC using lateral ties and fiber addition increases the peak stress, strain at peak stress and strain at 85% of peak stress.

3) With the addition of glass fiber, the ascending portion of the load-deflection changes very slightly, while the descending portion becomes less steep, resulting in higher ductility and toughness.

4) The confined strength and strain at peak stress due to lateral ties and fiber index were developed from the experimental study and are given by Eqs [5] and [6]

$$\frac{f_u}{f'} = (1 + 0.866C_i) + (1 + 0.101F_i)$$

$$\frac{\varepsilon_u}{\varepsilon'} = (1 + 3.761C_i) + (1 + 0.407F_i)$$

5) The stress-strain equations for tie confined GFRSCC for ascending and descending portions are given separately as

9. M. L. V. Prasad, P. Rathish Kumar, T. Oshima, Development of analytical stress-strain model for glass fiber reinforced self compacting concrete, *Inter. J. of Mech. Solids, Res. India Publications*, **4**, 1, pp. 25-37, ISSN 0973-1881 (2009).
10. S. Grunewald, J. C. Walraven, Parameter-study on the influence of steel fibers and coarse aggregate content on the fresh properties of self-compacting concrete, *Cem. Concr. Res.*, **31**, pp. 1793-1798 (2001).
11. K. Ramesh, D. R. Seshu, M. Prabhakar, "Constitutive behaviour of confined fiber reinforced concrete under axial compression", *Cem. Concr. Comp.*, **25**, pp. 343-350 (2003).
12. D. J. Carreira, K. H. Chu, Stress-strain relationship for plain concrete in compression. *ACI Journal*, **82**, 6, 797–804 (1985).
13. CEB-FIP Code 90, 1993. Model Code for Concrete Structures. Bulletin D' Information (117-E). British Standard Institution, London UK.
14. P. Billberg, T. Osterberg, Self-Compacting Concrete, Technique of use. CBI report 2:2002, Stockholm 2002 (in Swedish).
15. Indian Standard Code IS: 12269, Specifications for 53 Grade Ordinary Portland cement, Bureau of Indian Standards, New Delhi 1987.
16. Indian Standard Code IS: 383, Specification for coarse and fine aggregates from natural sources for concrete, Bureau of Indian Standards, New Delhi 1970.
17. N. Su, K. – Ch. Hsu, H.-W. Chai, A Simple mix design method for Self compacting concrete, *Cem. Concr. Res.*, **31**, pp. 1799 – 1807 (2001).
18. K. L. Radhika, P. Rathish Kumar, "Mix Design Methodology for fibrous self compacting concrete based on Compressible Packing Model (CPM)", *Cement Wapno Beton*, **79**, pp. 310-323 (2012).
19. L. P. Saenz, Discussion of the paper "Equation for the stress-strain curve of concrete," by P. Desayi, S. Krishnan, *ACI Journal*, **61**, 9, 1229-1235 (1964).
20. P. Rathish Kumar, M. L. V. Prasad, "Structural Behaviour of a Tie Confined Self Consolidating Performance Concrete (SCPC) under Axial Compression", RILEM International Conference, Hong Kong University of Science & Technology, Hong Kong, September 5 – 7 (2011).
21. M. L. V. Prasad, "Behavior of Tie Confined Fiber Reinforced Self Compacting Recycled Aggregate Concrete", Ph.D Thesis, Structural Engineering, Department of Civil Engineering, N.I.T Warangal 2012.
22. EN 1992-1-1:2005. Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings. CEN (2005).
23. EN 1992-1-2:2005. Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1-2: General rules - Structural fire design. CEN (2005).
24. T. S. Lok, J. R. Xiao, "Flexural Strength Assessment of Steel Fiber Reinforced Concrete", *J. Mat. in Civil Engineering*, pp. 188-196 (1999).
25. J. Vijaya Saradhi, An Experimental Study of Bond Behavior in Self Compacting Concrete Made of Recycled Concrete Aggregate", Master of Technology Thesis, Structural Engineering, Department of Civil Engineering, N.I.T Warangal 2007.

Ascending portion:

$$\frac{f}{f_u} = \frac{1.206\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}\right)}{1 - 0.794\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}\right) + 1.0\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}\right)^2}$$

Descending portion:

$$\frac{f}{f_u} = \frac{2.866\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}\right)}{1 + 0.866\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}\right) + 1.0\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}\right)^2}$$

6) The non-dimensional characteristic equation proposed in this investigation can be used to predict the constitutive behaviour of tie confined GFRSCC in axial compression with reasonable accuracy.

7) The ultimate moment and corresponding curvature of confined GFRSCC section are determined by using the stress block parameters of the developed analytical stress-strain model.

8) A flow chart (Fig. 14) is developed to establish the complete analytical moment-curvature relationship for tie confined GFRSCC.